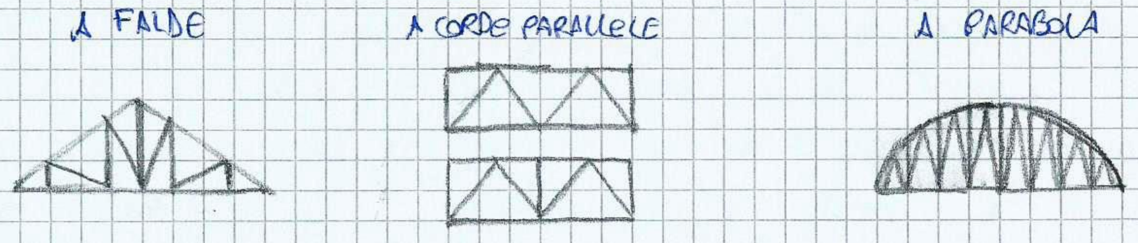
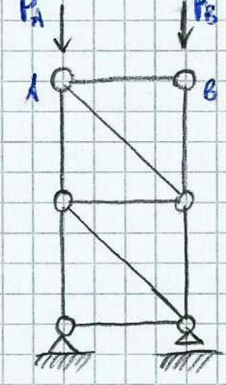
Le strutture reticolari

Sono insiemi di travi unite tra loro da cerniere, che svolgono la funzione di nodi caricati. Sono soggette solo a sforzo normale, non a taglio né momento e si dicono aste. Alcune sono tese, altre compresse. Ne esistono varie tipologie:

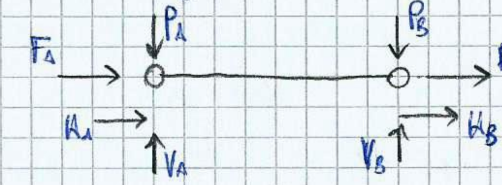


Le connessioni tra aste possono realizzarsi in vario modo:
- intagli a incastro;
- bullonate;
- con fazzoletto, piastra alla quale si allacciano con bulloni le travi.

Schematizziamo la struttura reticolare:



Asta AB di lunghezza l:

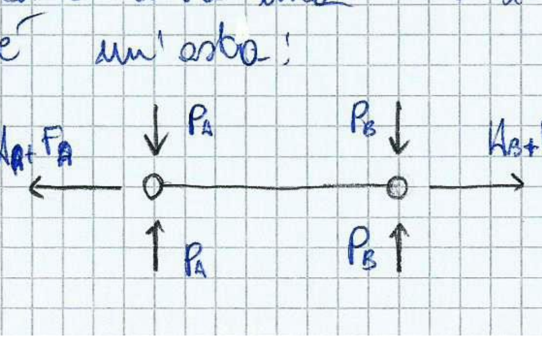


P e F sono i carichi esterni, H e V le reazioni incognite.

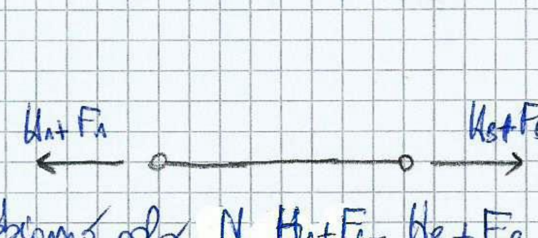
Imponiamo l'equilibrio:

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \uparrow \\ A \circlearrowleft \end{array} \begin{cases} H_A + F_A + H_B + F_B = 0 \\ V_A + V_B - P_A - P_B \\ V_B l - P_B l \end{cases} \iff \begin{cases} H_A + F_A = -(H_B + F_B) \\ V_A = P_A \\ V_B = P_B \end{cases}$$

È come avere una trave in cui taglio e momento sono nulli, cioè un'asta:



$\Rightarrow$



Abbiamo solo $N = H_A+F_A = H_B+F_B$

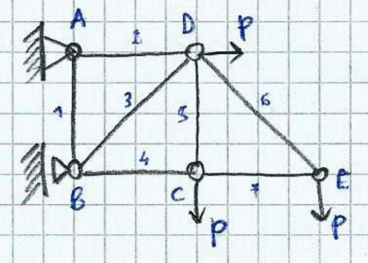
Al posto della tradizionale discussione statica/cinematica ne usiamo una "ad hoc", valida solo per le travature reticolari. I gdl sono due per ogni nodo: n° gdl = $2n_n$, con n_n numero dei nodi (g.d.l.: gradi di libertà). I vincoli sono dati sia dai vincoli esterni che dalle aste. Queste ultime infatti legano gli spostamenti dei due nodi esterni all'asta. La molteplicità dei vincoli, detta m quella di quelli esterni e n_a il numero delle aste, è $m = m_e + n_a$

Se $m = n$ la travatura è isostatica se i vincoli sono ben disposti, se $m > n$ è iperstatica, se $n < m$ è ipostatica. La corretta disposizione dei vincoli si verifica con la gerarchia strutturale. Le travature reticolari sono disposizioni in serie di archi a tre cerniere e pertanto non presentano centri di rotazione. Sono quindi isostatiche internamente. Lo sono anche esternamente e dunque globalmente se i vincoli esterni fissano i 3 gdl del sistema.

Per risolvere infine la travatura possiamo sfruttare due metodi:

- dei nodi canonici: si estrae un nodo esplodendo il sistema. Si considerano le normali nelle aste imponendo l'equilibrio del nodo. Ci possono essere solo due incognite perché il nodo può solo traslare nel piano. Devono dunque confluire solo due aste con normali incognite nel nodo affinché esso sia risolvibile. Un nodo di questo tipo è detto canonico.
- delle sezioni canoniche: si seziona la travatura dividendola in due parti. Si determinano le normali delle aste tagliate dalla sezione imponendo l'equilibrio di una delle due parti della travatura. La sezione canonica è quella che taglia la travatura in corrispondenza di tre aste non tutte convergenti nello stesso nodo. Questo metodo è utile per calcolare N solo in alcune aste.

Ecco un esempio risolto con entrambi i metodi:

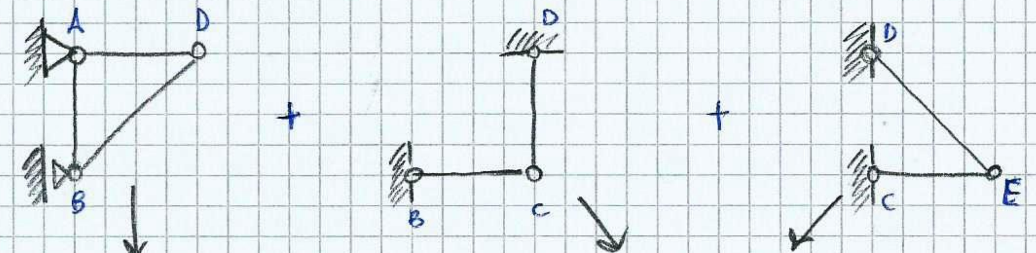


$n_n=5$ $\quad n_a=7$ $\quad n_e=3$

$m=2\cdot n_n=10$ $\qquad n=n_a+n_e=10$

$m=n \Rightarrow$ la travatura è isostatica se i vincoli sono ben disposti

Gerarchia strutturale:



Anello a tre cerniere isostatico

Parte portante

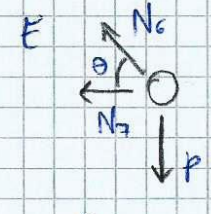
archi a tre cerniere isostatici

Parti portate

La struttura è complessivamente isostatica.

Usiamo i due metodi risolutivi:

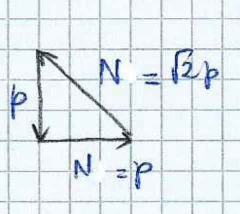
- nodi canonici:



$\theta=\frac{\pi}{4}$

$$\begin{array}{l}\rightarrow\\ \uparrow\end{array}\begin{cases}-N_7-N_6\frac{\sqrt{2}}{2}=0\\ N_6\frac{\sqrt{2}}{2}-p=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}N_6=\sqrt{2}\,p\\ N_7=-p\end{cases}$$

Graficamente si ha un triangolo che deve chiudersi:



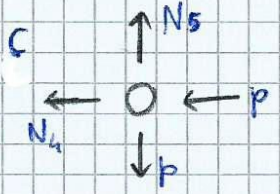
Convenzionalmente:

ASTA TESA $\Rightarrow$ N USCENTE DAL NODO $\qquad$ ASTA COMPRESSA $\Rightarrow$ N ENTRANTE NEL NODO

Supponendo N uscente dal nodo, se essa risulta positiva l'asta è tesa, se risulta negativa è compressa.
Tra i due nodi D e C risolviamo C essendo diventato nodo canonico con la scoperta di N_7. Otteniamo così

N_4 e N_5:

C

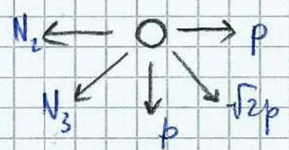


$$\begin{cases} \rightarrow \; -N_4 - p = 0 \\ \uparrow \; N_5 - p = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} N_4 = -p \\ N_5 = p \end{cases}$$

Concludiamo con gli altri nodi:

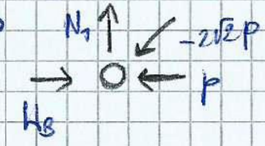
aste	N
1	$2p$
2	$4p$
3	$-2\sqrt{2}p$
4	$-p$
5	p
6	$\sqrt{2}p$
7	$-p$

D



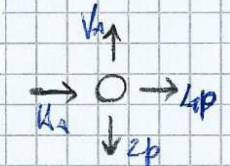
$$\begin{cases} p + p - N_2 - \frac{N_3}{\sqrt{2}} = 0 \\ -p - p - \frac{N_3}{\sqrt{2}} = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} N_3 = -2\sqrt{2}p \\ N_2 = 4p \end{cases}$$

B



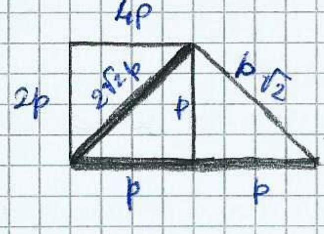
$$\begin{cases} H_B - p - 2p = 0 \\ N_1 - 2p = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} N_1 = 2p \\ H_B = 3p \end{cases}$$

A

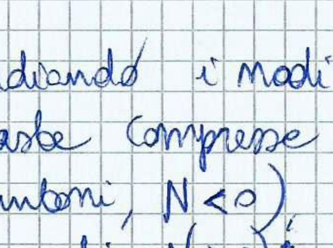


$$\begin{cases} V_A - 2p = 0 \\ H_A + 4p = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} V_A = 2p \\ H = -4p \end{cases}$$

Studiando i nodi A e B si ottengono le reazioni vincolari. Le aste compresse si indicano con un tratto più spesso (puntoni, $N<0$) quelle tese con un tratto più sottile (tiranti, $N>0$):



- sezioni canoniche: tagliamo le aste 2, 3 e 4 non convergenti in un unico nodo:



N_2 e N_3 convergono in D $\Rightarrow M_D = 0$ fornisce N_4

N_3 e N_4 convergono in B $\Rightarrow M_B = 0$ fornisce N_2

N_2 e N_4 orizzontali $\Rightarrow$ equilibrio $\uparrow$ fornisce N_3

Quindi:

$$\begin{cases} D) \; -N_4 l - pl = 0 \\ B) \; -pl - 2pl - pl + N_2 l = 0 \\ \uparrow \; -N_2 - N_4 + p - \frac{N_3}{\sqrt{2}} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} N_4 = -p \\ N_2 = 4p \\ N_3 = -2\sqrt{2}p \end{cases}$$

Immaginando che il corpo sia unico abbiamo scoperto le N in alcune aste.